Electrical Circuits
Nodal analysis & supernode

Kaynak temelli Türkçe çalışma notları

7 Kasım 2026

Okuma notu

Kavramlar İngilizce adları ve Türkçe karşılıklarıyla açıklanır. Kaynak kimlikleri dosya inceleme raporunda karşılık bulur. Hazırlık örnekleri ile çıkmış final soruları ayrı etiketlenmiştir. Güncel vize kapsamı resmi duyuruyla doğrulanmamıştır.

İçindekiler

1 Nodal Analysis and Supernode **2**

1.1 Neden node voltage unknown seçilir? . . . 2
1.2 Standart KCL yazımı . . . 2
1.3 Tek node ile tam çözüm . . . 2
1.4 İki unknown node: Şema ve denklemler . . . 2
1.5 Sonuçları current ve power ile doğrulamak . . . 3
1.6 Conductance matrix nasıl kurulur? . . . 3
1.7 Ground'a bağlı voltage source . . . 3
1.8 Floating voltage source neden Supernode gerektirir? . . . 3
1.9 Supernode: Tam sayısal örnek . . . 4
1.10 Dependent source ile nodal denklem . . . 4
1.11 Fotoğrafları okuma ve kanıt sınırı . . . 4
1.12 En sık hatalar ve düzeltme yöntemi . . . 4

1 Nodal Analysis and Supernode

Hedef ve kaynaklar

Nodal Analysis (düğüm analizi), KCL kullanarak node voltage'larını bulur. Ground'a bağlı source, floating voltage source (referansa bağlı olmayan gerilim kaynağı), supernode (süper düğüm), dependent source ve matrix çözümü ele alınır. Kaynaklar: Week 4 [K0223] s.3–9, BZ203 Lec 3 [K0215], yeni sınıf fotoğrafları [K0573–K0585]. Nodal kapsamı eski yılların öğrenci aktarımlarında değişiyor; en güncel eklediğin tahta fotoğrafları bu konunun ders materyalinde bulunduğunu doğrudan gösteriyor, fakat çekim tarihi dosya gönderim tarihinden kesin çıkarılamaz.

1.1 Neden node voltage unknown seçilir?

Her resistor current'ı iki uç voltage farkıyla bulunabilir. Dolayısıyla bütün node voltage'ları bilindiğinde resistor current'ları da bilinir. Bir connected circuit'te n node'dan biri ground seçilince en fazla $n-1$ voltage unknown kalır. Current source'ları fazla olan devrelerde KCL özellikle kolaydır.

Başlangıç adımları: kesintisiz telleri aynı node olarak işaretle; ground seç; diğer node'ları $v_1, v_2, \ldots$ diye adlandır; ground'a bağlı ideal voltage source varsa dayattığı voltage'ı doğrudan yaz; unknown node'lar için KCL kur; dependent source kontrol denklemlerini ekle; sistemi çöz; istenen branch büyüklüğünü çıkar; sonucu denklemlere geri koy.

1.2 Standart KCL yazımı

Bir node'dan çıkan resistor current'larını sol tarafa, o node'a net giren source current'ını sağ tarafa yazmak kullanışlıdır:

$$\sum_j \frac{v_k - v_j}{R_{kj}} = I_{net,k}.$$

Ground için $v_j = 0$. Bilinen 12 V node'u için $v_j = 12$. Sağ taraftaki current source node'dan dışarı yöneliyorsa negatif yazılır. Bu şablon, işaretleri her seferinde yeniden tahmin etmekten daha güvenlidir.

1.3 Tek node ile tam çözüm

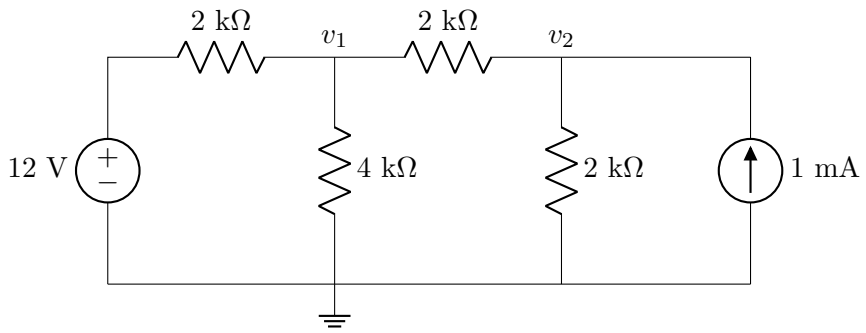
v node'u ground'a 3 kΩ ve 6 kΩ ile bağlı; 2 mA source ground'dan node'a current enjekte etsin:

$$\frac{v}{3} + \frac{v}{6} = 2 \quad \Rightarrow \quad \frac{v}{2} = 2 \quad \Rightarrow v = 4 \text{ V}.$$

Branch current'ları 4/3 ve 2/3 mA; toplam 2 mA. Parallel equivalent 2 kΩ üzerinden de $v = 2 \cdot 2 = 4$ V bulunur. Aynı devreyi iki yöntemle çözmek node denkleminin fiziksel anlamını gösterir.

1.4 İki unknown node: Şema ve denklemler

Öğretici örnekte 12 V source'un üst terminali bilinen +12 V node'udur. A node'una 2 kΩ ile bağlıdır. A'dan ground'a 4 kΩ, A–B arasında 2 kΩ, B'den ground'a 2 kΩ vardır. B'ye ground'dan 1 mA enjekte edilir.



A için $(v_1 - 12)/2 + v_1/4 + (v_1 - v_2)/2 = 0$. Paydalar kΩ cinsinde olduğundan current'lar mA'dir. Dört ile çarparsak $5v_1 - 2v_2 = 24$.

B için $(v_2 - v_1)/2 + v_2/2 = 1$, dolayısıyla $-v_1 + 2v_2 = 2$. İki denklemi toplarsak $4v_1 = 26$; $v_1 = 6.5$ V ve $v_2 = 4.25$ V.

1.5 Sonuçları current ve power ile doğrulamak

Source'tan A'ya current $(12 - 6.5)/2 = 2.75$ mA. A'dan ground'a 1.625 mA; A'dan B'ye 1.125 mA. A KCL: $2.75 = 1.625 + 1.125$. B'den ground'a $4.25/2 = 2.125$ mA; B KCL: $1.125 + 1 = 2.125$.

12 V source 33 mW, 1 mA source 4.25 mW supplies. Resistor power'ları sırasıyla 15.125, 10.5625, 2.53125 ve 9.03125 mW; toplam 37.25 mW. İki source'un supplied toplamıyla eşittir. İki farklı KCL ile power kontrolü aynı sonucu doğrular.

1.6 Conductance matrix nasıl kurulur?

Yalnızca resistor'lar ve bilinen source current'ları olan standart durumda:

$$\begin{bmatrix} G_{11} & -G_{12} \\ -G_{12} & G_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}.$$

Diagonal (köşegen), ilgili node'a bağlı bütün conductance'ların toplamıdır. Off-diagonal (köşegen dışı), iki unknown node arasındaki conductance toplamının negatifidir. Bilinen voltage node'una bağlı resistor, sağ tarafa $GV_{bilinen}$ katkısı verir. Önceki örneğin mS tabanında matrisi:

$$\begin{bmatrix} 1.25 & -0.5 \\ -0.5 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Dependent source eklenince matris simetrik olmayabilir. Bu nedenle "off-diagonal her zaman simetrik olmalı" kontrolünü controlled source devrelerine körlemesine uygulama.

1.7 Ground'a bağlı voltage source

Source'un eksi terminali ground'da, artı terminali v_1 node'undaysa $v_1 = V_s$. Ayrı bir KCL yazmadan bu voltage'ı bilinen kabul edebilirsin. Polarity tersse $v_1 = -V_s$. O source'un current'ı istenirse çözüm sonunda node'a bağlı bütün diğer branch current'larıyla KCL uygula.

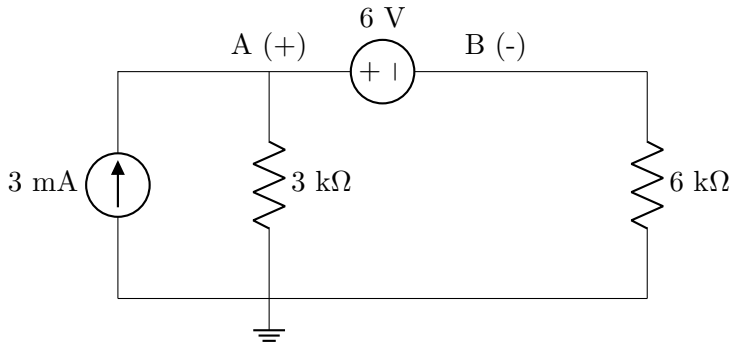
1.8 Floating voltage source neden Supernode gerektirir?

Voltage source'un iki ucu da unknown node'lardaysa source current'ı doğrudan voltage farkından bulunamaz. İki node'a ayrı KCL yazarsan ek bir unknown source current'ı oluşur. Supernode yöntemi, bu iki KCL'yi toplayıp iç source current'ını yok eder.

Supernode sınırının içindeki current'ları toplama; yalnızca dışarıya geçen branch current'larını yaz. Buna ek olarak source'un dayattığı voltage constraint (gerilim kısıtı) gerekir. Bir KCL ile iki unknown çözülemez.

1.9 Supernode: Tam sayısal örnek

A node'u ground'a 3 kΩ, B node'u ground'a 6 kΩ ile bağlı. Ground'dan A'ya 3 mA source var. A ile B arasındaki ideal 6 V source'un A ucu +, B ucu eksi. Dolayısıyla $v_A - v_B = 6$ V.



Supernode KCL: $v_A/3 + v_B/6 = 3$. Constraint: $v_A - v_B = 6$. İlkini 6 ile çarparsak $2v_A + v_B = 18$. Toplayınca $3v_A = 24$, yani $v_A = 8$ V ve $v_B = 2$ V.

Source current'ı A'dan B'ye i_s olsun. A için $3 = 8/3 + i_s$ ile $i_s = 1/3$ mA. B için $i_s = 2/6 = 1/3$ mA; iki denklem uyuşur. Supernode çözümü iç current'ı yok saymaz; onu çözüm sonuna bırakır.

1.10 Dependent source ile nodal denklem

Tek node v, ground'a 2 kΩ resistor ile bağlı olsun. 1 mA independent source ve $0.25v$ mA dependent source ground'dan node'a current versin. 0.25 katsayısı mS'dir:

$$\frac{v}{2} = 1 + 0.25v \quad \Rightarrow \quad 0.25v = 1 \quad \Rightarrow v = 4 \text{ V}.$$

Resistor current'ı 2 mA; independent source 1 mA, dependent source 1 mA sağlar. Dependent source'u "kaynak kapatma" düşüncesiyle yok etmek sonucu 2 V'a indirir ve yanlıştır.

Dependent voltage source iki unknown node arasında ise yine supernode kurulur. Örneğin $v_1 - v_2 = \mu v_x$; kontrol voltage'ı $v_x = v_3 - v_4$ olarak ayrıca yazılır. Tahta fotoğraflarındaki yöntem budur: önce çevreyi/supernode'u seç, sonra controlled source denklemini ekle.

1.11 Fotoğrafları okuma ve kanıt sınırı

K0575 ve K0584'te aynı tip iki-node KCL kurulumu; K0577 ve K0583'te baklava source içeren supernode/loop ilişkileri seçilebiliyor. Açılar ve silik yazılar nedeniyle bütün sayısal katsayılar güvenilir biçimde okunmuyor. Bu sayfalardan sadece görünür topology ve yöntem kanıtı alınmıştır. Buradaki temiz sayısal örnekler açıklayıcı yeni alıştırmalardır; özgün fotoğrafın birebir sorusu gibi sunulmaz.

1.12 En sık hatalar ve düzeltme yöntemi

Floating source'a $I = V/R$ uygulamak; supernode'un içine ait source current'ını dış KCL'ye yazmak; constraint'i unutmak; current source okunu ters okumak; ground'a bağlı source polarity'sini kaybetmek; v_x tanımını yazmamak temel hatalardır. Her satırda önce branch'in başlangıç ve bitiş node'unu adlandırarak bunları önleyebilirsin.

Kendini sına

A ve B supernode'u için $v_A/2 + v_B/4 = 5$ mA, constraint $v_A - v_B = 4$ V. Node voltage'larını bulunuz. A'dan ground'a current kaçtır?

Çözüm

$2v_A + v_B = 20$, $v_B = v_A - 4$; $3v_A = 24$. $v_A = 8$ V, $v_B = 4$ V. A branch current'ı $8/2 = 4$ mA. B branch current'ı 1 mA; toplam 5 mA.